

GHEORGHE-ADALBERT SCHNEIDER

**MATEMATICĂ  
EXERCIȚII ȘI PROBLEME**

Pentru clasa a – VII – a  
Ediția a doua revizuită și adăugită

EDITURA HYPERION

## 1. Mulțimea numerelor reale

### 1.1 Rădăcina pătrată a unui număr rațional

#### 1.1.1 Rădăcina pătrată a păratului unui număr natural

1. Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

- a) 16    b) 25    c) 100    d) 400    e) 225    f) 900  
 g)  $2^{12}$     h)  $3^6$     i)  $6^4$     j)  $10^6$     k)  $9^4$     l)  $4^8$ .

2. Selectați dintre numerele de mai jos pe cele care sunt pătrate perfecte:

- a) 5, 7, 9, 17, 23, 25, 44, 49, 56, 61, 64, 88, 92, 96, 100;  
 b)  $2^3, 3^3, 4^3, 5^5, 6^4, 7^6, 8^3, 9^3, 25^6, 40^5, 49^5, 60^7, 81^7, 90^9$ .

3. Scrieți următoarele numere naturale ca pătrate perfecte și apoi extrageți rădăcina pătrată din ele:

- a) 9    b) 81    c) 144    d) 196    e) 256  
 f) 400    g) 625    h) 729    i) 361    j) 841  
 k) 900    l) 1225    m) 1600    n) 2025    o) 529

4. Calculați:

$$\sqrt{2^6}, \sqrt{9^4}, \sqrt{5^8}, \sqrt{(-6)^2}, \sqrt{(-12)^4}, \sqrt{10^6}, \sqrt{7^4}, \sqrt{13^8}.$$

5. Calculați:

$$a) \sqrt{10^2 - 8^2} \quad b) \sqrt{25^2 - 15^2} \quad c) \sqrt{15^2 - 12^2}.$$

6. Calculați:

$$a) \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} \quad b) \sqrt{16} + \sqrt{25} + \sqrt{36}\\
 c) \sqrt{49} + \sqrt{64} + \sqrt{81} \quad d) \sqrt{121} + \sqrt{144} + \sqrt{169}.$$

7. Calculați:

$$a) \sqrt{100} + \sqrt{400} + \sqrt{900} \quad b) \sqrt{1\,600} - \sqrt{900} + \sqrt{400}\\
 c) \sqrt{2\,500} - \sqrt{900} + \sqrt{400} \quad d) \sqrt{3\,600} - \sqrt{1\,600} - \sqrt{900}.$$

8. Calculați:

$$\sqrt{1} + \sqrt{9} + \sqrt{25} + \sqrt{49} + \sqrt{81} + \sqrt{121} + \sqrt{169} + \sqrt{225}.$$

### 1.1.2 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional

**1.** Arătați că următoarele numere raționale sunt pătratele perfecte ale altor numere raționale:

- a) 2,25    b) 12,25    c) 30,25    d) 19,36    e) 7,84  
 f)  $\frac{9}{25}$     g)  $\frac{16}{225}$     h)  $\frac{64}{625}$     i)  $\frac{81}{49}$     j)  $\frac{625}{100}$ .

**2.** Scrieți următoarele numere raționale ca pătrate perfecte și apoi extrageți rădăcina pătrată din ele:

- a)  $\frac{4}{9}$     b)  $\frac{25}{81}$     c)  $\frac{64}{121}$     d)  $\frac{49}{625}$     e)  $\frac{169}{16}$   
 f)  $\frac{100}{441}$     g)  $\frac{961}{36}$     h)  $\frac{400}{729}$     i)  $\frac{289}{196}$     j)  $\frac{324}{9}$ .

**3.** Scrieți următoarele numere raționale ca pătrate perfecte și apoi extrageți rădăcina pătrată din ele:

- a) 0,01    b) 0,04    c) 1,21    d) 4,41    e) 9,61  
 f) 6,25    g) 0,36    h) 7,29    i) 10,24    j) 1,96  
 k) 0,64    l) 10,89    m) 0,25    n) 0,81    o) 1,69.

**4.** Calculați:

- a)  $\sqrt{0,01} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,09} + \sqrt{0,16}$   
 b)  $\sqrt{0,25} + \sqrt{0,36} + \sqrt{0,49} + \sqrt{0,64}$   
 c)  $\sqrt{0,81} + \sqrt{1,21} + \sqrt{1,44} + \sqrt{1,69}$ .

**5.** Calculați:

- a)  $\sqrt{1,21} + \sqrt{1,44} + \sqrt{1,69} + \sqrt{1,96}$   
 b)  $\sqrt{4,41} + \sqrt{4,84} + \sqrt{5,29} + \sqrt{5,76}$   
 c)  $\sqrt{9,61} + \sqrt{10,84} + \sqrt{10,89} + \sqrt{11,56}$ .

**6.** Calculați:

- a)  $\sqrt{0,01} + \sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} + \sqrt{0,49} + \sqrt{0,81} + \sqrt{1,21}$   
 b)  $\sqrt{0,04} + \sqrt{0,16} + \sqrt{0,36} + \sqrt{0,64} + \sqrt{1,44} + \sqrt{1,96}$ .

**7.** Calculați:

$$\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01} + \sqrt{0,16} - \sqrt{0,09} + \sqrt{0,36} - \sqrt{0,25}.$$

### 1.1.3 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări

**1.** Calculați aplicând algoritmul de extragere a radicalului:

- a)  $\sqrt{225}$     b)  $\sqrt{400}$     c)  $\sqrt{625}$     d)  $\sqrt{441}$   
 e)  $\sqrt{900}$     f)  $\sqrt{729}$     g)  $\sqrt{256}$     h)  $\sqrt{81}$ .

**2.** Calculați cu o zecimală exactă:

- a)  $\sqrt{3}$     b)  $\sqrt{10}$     c)  $\sqrt{125}$     d)  $\sqrt{23}$   
 e)  $\sqrt{50}$     f)  $\sqrt{175}$     g)  $\sqrt{1000}$     h)  $\sqrt{224}$ .

**3.** Calculați cu două zecimale exacte:

- a)  $\sqrt{5}$     b)  $\sqrt{75}$     c)  $\sqrt{555}$     d)  $\sqrt{239}$   
 e)  $\sqrt{1\,255}$     f)  $\sqrt{1\,750}$     g)  $\sqrt{7\,562}$     h)  $\sqrt{5\,275}$ .

**4.** Calculați cu o aproximare de o zecime prin lipsă:

- a)  $\sqrt{8}$     b)  $\sqrt{95}$     c)  $\sqrt{107}$     d)  $\sqrt{128}$   
 e)  $\sqrt{387}$     f)  $\sqrt{4\,567}$     g)  $\sqrt{5\,275}$     h)  $\sqrt{4\,812}$ .

**5.** Calculați cu o aproximare de o zecime prin adăos:

- a)  $\sqrt{19}$     b)  $\sqrt{69}$     c)  $\sqrt{147}$     d)  $\sqrt{198}$   
 e)  $\sqrt{587}$     f)  $\sqrt{3\,457}$     g)  $\sqrt{8\,255}$     h)  $\sqrt{3\,512}$ .

**6.** Calculați cu o aproximare de o sutime prin lipsă:

- a)  $\sqrt{78}$     b)  $\sqrt{99}$     c)  $\sqrt{127}$     d)  $\sqrt{328}$   
 e)  $\sqrt{577}$     f)  $\sqrt{1\,529}$     g)  $\sqrt{7\,475}$     h)  $\sqrt{9\,845}$ .

**7.** Calculați cu o aproximare de o sutime prin adăos:

- a)  $\sqrt{6}$     b)  $\sqrt{66}$     c)  $\sqrt{116}$     d)  $\sqrt{512}$   
 e)  $\sqrt{387}$     f)  $\sqrt{4\,567}$     g)  $\sqrt{5\,275}$     h)  $\sqrt{4\,812}$ .

**8.** Să se calculeze cu două zecimale exacte:

- a)  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$     b)  $\sqrt{15} - \sqrt{8}$     c)  $\sqrt{45} - \sqrt{12}$   
 d)  $\sqrt{12} - \sqrt{6}$     e)  $\sqrt{17} - \sqrt{11}$     f)  $\sqrt{6} - \sqrt{3}$   
 g)  $\sqrt{15} + \sqrt{3}$     h)  $\sqrt{11} - \sqrt{6}$     i)  $\sqrt{14} - \sqrt{7}$ .

1. Calculați cu o zecimală exactă:

- a)  $\sqrt{1,5}$     b)  $-\sqrt{7,4}$     c)  $\sqrt{15,25}$     d)  $\sqrt{21,9}$   
 e)  $\sqrt{124,5}$     f)  $\sqrt{107,2}$     g)  $-\sqrt{801,5}$     h)  $\sqrt{512,5}$ .

2. Calculați cu două zecimale exacte:

- a)  $-\sqrt{4,6}$     b)  $\sqrt{9,3}$     c)  $\sqrt{12,25}$     d)  $\sqrt{25,6}$   
 e)  $\sqrt{324,9}$     f)  $\sqrt{707,5}$     g)  $-\sqrt{961,5}$     h)  $\sqrt{652,2}$ .

3. Calculați cu aproximare de o zecime prin lipsă:

- a)  $\sqrt{7,7}$     b)  $-\sqrt{2,4}$     c)  $\sqrt{11,25}$     d)  $\sqrt{51,9}$   
 e)  $\sqrt{324,1}$     f)  $\sqrt{117,4}$     g)  $-\sqrt{381,2}$     h)  $\sqrt{815,3}$ .

4. Calculați cu aproximare de o zecime prin adăos:

- a)  $\sqrt{1,7}$     b)  $\sqrt{6,4}$     c)  $-\sqrt{19,15}$     d)  $\sqrt{41,1}$   
 e)  $\sqrt{141,2}$     f)  $-\sqrt{177,1}$     g)  $\sqrt{511,5}$     h)  $\sqrt{712,4}$ .

5. Calculați cu aproximare de o sutime prin lipsă:

- a)  $-\sqrt{3,6}$     b)  $\sqrt{4,9}$     c)  $\sqrt{71,15}$     d)  $\sqrt{41,6}$   
 e)  $\sqrt{229,1}$     f)  $\sqrt{317,6}$     g)  $-\sqrt{481,9}$     h)  $\sqrt{615,5}$ .

6. Calculați cu aproximare de o sutime prin adăos:

- a)  $\sqrt{9,7}$     b)  $\sqrt{8,4}$     c)  $-\sqrt{14,14}$     d)  $\sqrt{91,9}$   
 e)  $\sqrt{181,8}$     f)  $-\sqrt{777,7}$     g)  $\sqrt{421,5}$     h)  $\sqrt{612,6}$ .

7. Calculați cu două zecimale exacte:

- a)  $\sqrt{\frac{12}{7}}$     b)  $-\sqrt{\frac{25}{12}}$     c)  $\sqrt{\frac{15}{50}}$     d)  $\sqrt{\frac{77}{20}}$

8. Calculați cu aproximare de o zecime prin adăos și apoi de o sutime prin lipsă:

- a)  $\sqrt{\frac{22}{15}}$     b)  $\sqrt{\frac{72}{45}}$     c)  $-\sqrt{\frac{120}{45}}$     d)  $\sqrt{\frac{150}{55}}$

## 1.2 Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical; introducerea factorilor sub radical

1. Scrieți cu un singur radical:

- a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$     b)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$     c)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{11}$   
 d)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{5}$     e)  $\sqrt{15} \cdot \sqrt{2}$     f)  $\sqrt{13} \cdot \sqrt{6}$

2. Scrieți cu un singur radical:

- a)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$     b)  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$     c)  $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{12}}$     d)  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{6}}$   
 e)  $\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{3}}$     f)  $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{21}}$     g)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{22}}$     h)  $\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{9}}$ .

3. Scrieți cu un singur radical:

- a)  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$     b)  $\frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{9}}{\sqrt{6}}$     c)  $\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{20}}$   
 d)  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{15}}$     e)  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{16}}$     f)  $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{12}}$ .

4. Scrieți cu un singur radical:

- a)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}}$     b)  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{15} \cdot \sqrt{10}}$     c)  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{8}}$   
 d)  $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{15} \cdot \sqrt{12}}$     e)  $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{7}}$     f)  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{9}}$ .

5. Scrieți cu un singur radical:

- a)  $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{8}}$     b)  $\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{14}}$     c)  $\frac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{12}}$ .

6. Scrieți fiecare dintre numerele de mai jos ca un cât de doi radicali:

- a)  $\sqrt{\frac{15}{11}}$     b)  $\sqrt{\frac{25}{12}}$     c)  $\sqrt{\frac{75}{24}}$     d)  $\sqrt{\frac{115}{25}}$ .

■ Se acordă 1p din oficiu

(1p) 1. Calculați:

$$N = 2^3 + (-0,5)^3 + (-1)^4 + \frac{5}{2} \sqrt{0,0025} - \left( \frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} \right) \cdot \sqrt{5}.$$

(1p) 2. Calculați:

a)  $\sqrt{1+3+5+\dots+51}$       b)  $\sqrt{1+3+5+\dots+99}$ .

(1p) 3. Demonstrați că numărul:

$$N = |\sqrt{5}-1| + |\sqrt{5}-2| + |\sqrt{5}-3| + |\sqrt{5}-4|$$

este natural.

(1p) 4. Determinați cifrele  $x$  și  $y$  astfel încât  $\sqrt{1xy} \in \mathbb{N}$ .

(1p) 5. Demonstrați că semiprodusul dintre lungimile diagonalelor unui patrulater convex cu diagonalele perpendiculare este egal cu aria patrulaterului.

(1p) 6. Fie  $ABCD$  un trapez oarecare și  $M$  un punct arbitrar pe diagonala  $AC$ ,  $MN \parallel AD$  și  $MP \parallel BC$ ,  $N \in [DC]$ ,  $P \in [AB]$ .

Demonstrați că expresia  $\frac{MN}{AD} + \frac{MP}{BC}$  are valoare constantă.

(1p) 7. Pe laturile  $[AB]$  și  $[AC]$  ale triunghiului oarecare  $ABC$   $m(\hat{A}) \neq 60^\circ$  se construiesc în exterior triunghiurile echilaterale  $ABD$ , respectiv  $ACE$ . Pe latura  $[BC]$ , de aceeași parte cu  $A$  se construiește triunghiul echilateral  $BCF$ .

Demonstrați că patrulaterul  $AEFD$  este paralelogram.

(1p) 8. Calculați aria trapezului isoscel circumscris unui cerc de rază  $R$ , știind că unghиurile ascuțite ale trapezului sunt de  $60^\circ$ .

## INDICAȚII, RĂSPUNSURI ȘI REZOLVĂRI

### 1. Mulțimea numerelor reale

#### 1.1 Rădăcina pătrată a unui număr rațional

##### 1.1.1 Rădăcina pătrată a păratului unui număr natural

1. a)  $16 = 4^2$ ; e)  $225 = 15^2$ ; k)  $9^4 = (9^2)^2 = 81^2$ .
2. a) Pătrate perfecte sunt: 9, 25, 49, 64, 100.
3. a)  $9 = 3^2 \Rightarrow \sqrt{9} = 3$ ; g)  $625 = 25^2 \Rightarrow \sqrt{625} = 25$ .
4.  $\sqrt{2^6} = \sqrt{(2^3)^2} = 2^3 = 8$ ;  $\sqrt{(-12)^4} = \sqrt{12^4} = 12^2 = 144$ .
5. a)  $\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ .
6. a)  $\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} = 1 + \sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} = 1 + 2 + 3 = 6$ .
7. a)  $\sqrt{100} + \sqrt{400} + \sqrt{900} = \sqrt{10^2} + \sqrt{20^2} + \sqrt{30^2} = 10 + 20 + 30 = 60$ .
8.  $\sqrt{1} + \sqrt{9} + \sqrt{25} + \sqrt{49} + \sqrt{81} + \sqrt{121} + \sqrt{169} + \sqrt{225} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = \dots = 64$ .

##### 1.1.2 Rădăcina pătrată a păratului unui număr rațional

1. a)  $2,25 = \frac{225}{100} = \frac{25^2}{10^2} = \left(\frac{25}{10}\right)^2 = 2,5^2$ .
- h)  $\frac{64}{625} = \frac{8^2}{25^2} = \left(\frac{8}{25}\right)^2$ .
2. a)  $\frac{4}{9} = \frac{2^2}{3^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$ .
3. d)  $4,41 = \frac{441}{100} = \frac{21^2}{10^2} = \left(\frac{21}{10}\right)^2 = 2,1^2 \Rightarrow \sqrt{4,41} = \sqrt{\left(\frac{21}{10}\right)^2} = \frac{21}{10} = 2,1$ .
- l)  $10,89 = \frac{1089}{100} = \frac{33^2}{10^2} = \left(\frac{33}{10}\right)^2 = 3,3^2 \Rightarrow \sqrt{10,89} = \sqrt{\left(\frac{33}{10}\right)^2} = \frac{33}{10} = 3,3$ .

4. a)  $\sqrt{0,01} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,09} + \sqrt{0,16} = 0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,4 = 1.$

5. a)  $\sqrt{1,21} + \sqrt{1,44} + \sqrt{1,69} + \sqrt{1,96} = 1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 = 5.$

### 1.1.3 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări

1. a)  $\sqrt{2\ 25}$

	15
1	$25 \cdot 5 = 125$
1 25	
1 25	
= = =	

2. a)  $\sqrt{3,00}$

	1,7
1	$27 \cdot 7 = 189$
2 00	
1 89	
= 11	

3. d)  $\sqrt{239,0000}$

	15,45
1	$25 \cdot 5 = 125$
139	$304 \cdot 4 = 1216$
125	$3085 \cdot 5 = 15425$
=1400	
1216	
18400	
15425	
2975	

4. a) Se calculează  $\sqrt{8}$  cu două zecimale exacte, adică:  
 $\sqrt{8} = 2,82$  și apoi se face aproximarea de o zecime prin lipsă,  
adică:  $\sqrt{8} = 2,8$

5. a) Se calculează  $\sqrt{19}$  cu două zecimale exacte, adică:

$\sqrt{19} = 4,35$  și apoi se face aproximarea de o zecime prin adaos,  
adică:  $\sqrt{19} = 4,4$ .

6. a) Se calculează  $\sqrt{78}$  cu trei zecimale exacte, adică:  
 $\sqrt{78} = 8,831$  și apoi se face aproximarea de o sutime prin lipsă,  
adică:  $\sqrt{78} = 8,83$ .

7. d) Se calculează  $\sqrt{512}$  cu trei zecimale exacte, adică:  
 $\sqrt{512} = 22,627$  și apoi se face aproximarea de o sutime prin  
adaos, adică:  $\sqrt{512} = 22,63$ .

8.  $\sqrt{3} + \sqrt{5} = 1,732 + 2,236 = 3,968$  și cu două zecimale  
exacte este egal cu 3,96.

### 1.1.4 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional; aproximări

1. c)  $\sqrt{15,25} = 3,9$ .

2. a)  $-\sqrt{4,6} = -2,14$ .

3. a)  $\sqrt{7,7} = 2,77$  și are aproximarea de o zecime prin lipsă  
egală cu 2,7.

b)  $-\sqrt{2,4} = -1,54$  și are aproximarea de o zecime prin lipsă  
egală cu -1,6.

4. b)  $\sqrt{6,4} = 2,52$  și are aproximarea de o zecime prin adaos  
egală cu 2,6.

c)  $-\sqrt{19,15} = -4,37$  și are aproximarea de o zecime prin  
adaos egală cu -4,37.

5. a)  $-\sqrt{3,6} = -1,897$  și are aproximarea de o sutime prin  
lipsă egală cu -1,90.

b)  $\sqrt{4,9} = 2,213$  și are aproximarea de o sutime prin lipsă  
egală cu 2,21.

6. b)  $\sqrt{9,7} = 3,114$  și are aproximarea de o sutime prin adaos  
egală cu 3,12.

c)  $-\sqrt{14,14} = -3,760$  și are aproximarea de o sutime prin  
adaos egală cu -3,75.

## 1.2 Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical; introducerea factorilor sub radical

1. a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$ .

2. a)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$ .

3. a)  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7}{3}} = \sqrt{\frac{14}{3}}$ .

4. a)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{6}{24}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ .

5. a)  $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{6 \cdot 10}}{\sqrt{5 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ .

6. a)  $\sqrt{\frac{15}{11}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{11}}$ .

7. a)  $\sqrt{3,7} = \sqrt{\frac{37}{10}} = \frac{\sqrt{37}}{\sqrt{10}}$ .

8. a)  $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2 \cdot \sqrt{2}$ .

g)  $\sqrt{40} = \sqrt{2^3 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 5} = 2 \cdot \sqrt{10}$ .

9. a)  $\sqrt{150} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5^2} = \sqrt{5^2 \cdot 6} = 5 \cdot \sqrt{6}$ .

10. a)  $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$ .

j)  $4\sqrt{6} = \sqrt{4^2 \cdot 6} = \sqrt{16 \cdot 6} = \sqrt{96}$ .

11. a)  $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 2} = \sqrt{\frac{8}{9}}$ .

f)  $\frac{3}{5} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 8} = \sqrt{\frac{9 \cdot 8}{25}} = \sqrt{\frac{72}{25}}$ .

12. a)  $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$ .

f)  $\sqrt{32} - \sqrt{8} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{8}$ .

g)  $\sqrt{27} - \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$ .

## 1.3 Numere iraționale, exemple. Mulțimea numerelor reale; incluziuni $N \subset Z \subset Q \subset R$

1. Presupunem prin absurd că  $\sqrt{2}$  este rațional. Atunci există  $\frac{a}{b}$  ireductibilă, astfel încât  $\frac{a}{b} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 2 \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a$  se divide cu 2. Fie  $a = 2a'$ . Atunci  $4a'^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2 = 2a'^2$ , deci  $b$  se divide cu 2. Deci  $\frac{a}{b}$  este ireductibilă, ceea ce este fals. Deci  $\sqrt{2}$  este irațional.

2. Se procedează ca la 1.

3. a)  $\sqrt{5} = 2,236$       d)  $\sqrt{23} = 4,795$ .

4. Raționale sunt:  $-\sqrt{4} = -2$ ;  $\sqrt{4} = 2$ ;  $\sqrt{9} = 3$ .

5. Raționale sunt:  $\sqrt{15 - 6} = \sqrt{9} = 3$ ;  $\sqrt{15 - 11} = \sqrt{4} = 2$ ;  $\sqrt{15 - 14} = \sqrt{1} = 1$ .

6. Raționale sunt:  $\sqrt{\frac{12-4}{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$  și  $\sqrt{\frac{12-10}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{1} = 1$ .

10. a) Iraționale sunt:  $\sqrt{2}$  și  $\sqrt{3}$ .

11. a) Divizorii lui 8 sunt: 1, 2, 4, 8 și  $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{8}\} = \{1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{8}\}$ . Numerele iraționale sunt:  $\sqrt{2}$  și  $\sqrt{8}$ .

12. a) Multiplii lui 2 mai mici decât 9 sunt: 2, 4, 6, 8. Atunci numerele iraționale sunt:  $\sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{8}$ .

13.  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  și

$C = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}\}$ .

15.  $A \cap \mathbf{R} - \mathbf{Q} = \{-\sqrt{3}, \sqrt{5}\}$  și

$A \cap \mathbf{Q} = \{-45; -32; -17; 2; 3; \frac{3}{4}; 2; 3, (2); 36\}$ .

16. a) Se ridică la pătrat ambii membri ai ecuației și se obține:  $x + 1 = 49 \Rightarrow a = 48$ .

e)  $2x + 3 = 16 \Rightarrow 2x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{2}$ .

17. b) Se ridică la pătrat ambii membri ai ecuației și se obține:

## BIBLIOGRAFIE

**1.** Gh. A. Schneider, *Culegere de probleme de aritmetică și algebră pentru clasele V-VIII*, Editura Hyperion, Craiova 2016.

**2.** Gh. A. Schneider, *Culegere de probleme de geometrie pentru clasele V-VIII*, Editura Hyperion, Craiova 2015.

**3.** Gh. A. Schneider, Matematică – exerciții și probleme pentru clasa a VII - a, Editura Hyperion, Craiova 2015.

**4.** Manuale clasa a VII - a

**5.** Colecția *Gazeta Matematică*, seria B, 1966-1993.

## CUPRINS

	Enunțuri	Rezolvări
<b>1. Multimea numerelor reale</b> .....	5	119
1.1 Rădăcina pătrată a unui număr rațional		
1.1.1 Rădăcina pătrată a păratului unui număr natural .....	5	119
1.1.2 Rădăcina pătrată a păratului unui număr rațional .....	6	119
1.1.3 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări ..	7	120
1.1.4 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional; aproximări ..	8	121
1.2 Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical; introducerea factorilor sub radical .....	9	122
1.3 Numere iraționale, exemple. Mulțimea numerelor reale; incluziuni $N \subset Z \subset Q \subset R$ .	11	123
1.4 Modulul unui număr real. Compararea și ordonarea numerelor reale. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări.	15	125
1.5 Operații cu numere reale ( adunare, scădere, înmulțire, împărțire, puteri cu exponent întreg ). Rationalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ .	17	125
1.5.1 Adunarea numerelor reale .....	17	125
1.5.2 Scăderea numerelor reale .....	18	126
1.5.3 Înmulțirea numerelor reale .....	19	126
1.5.4 Împărțirea numerelor reale .....	20	127
1.5.5 Puteri cu exponent număr întreg ..	21	127
1.5.6 Rationalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ .....	22	128
1.6 Media aritmetică ponderată a $n$ numere reale, $n \geq 2$ , media geometrică a două numere reale positive .....	23	129
1.7 Ecuația de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbb{R}$ ..	25	130
1.8 Teste grilă de autoevaluare .....	26	130
Testul 1 .....	26	130
Testul 2 .....	27	131

Testul 3 .....	28	131	4.4.3 Pătratul .....	62	159
Testul 4 .....	29	132	4.5 Trapez, clasificare, proprietăți. Linie mijlocie în trapez. Trapezul isoscel, proprietăți.	63	161
<b>2. Ecuații și sisteme de ecuații liniare .....</b>	<b>30</b>	<b>133</b>	4.6 Perimetre și arii: paralelogram, parallelograme particulare, triunghi, trapez .....	66	163
2.1 Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități .....	30	133	4.7 Teste grilă de autoevaluare .....	70	165
2.2 Ecuații de forma $ax + b = 0$ , $a \in \mathbf{R}^*$ , $b \in \mathbf{R}$ ; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente .....	31	134	Testul 1 .....	70	165
2.3 Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și / sau prin metoda reducerii .....	34	137	Testul 2 .....	71	166
2.4 Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații .....	37	140	Testul 3 .....	72	167
2.5 Teste grilă de autoevaluare .....	41	142	Testul 4 .....	73	167
Testul 1 .....	41	142	<b>5. Cercul .....</b>	74	168
Testul 2 .....	42	143	5.1 Cercul: definiție. Elemente în cerc: centru, rază, coardă, diametru, arc; semicerc. Discul. Interior, exterior .....	74	168
Testul 3 .....	43	144	5.2 Unghi la centru. Măsura arcelor. Arce congruente .....	76	169
<b>3. Elemente de organizarea datelor .....</b>	<b>44</b>	<b>145</b>	5.3 Coarde și arce în cerc .....	77	171
3.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendiculare (ortogonale) a unor perechi de numere reale. Distanța dintre două puncte din plan ..	44	145	5.4 Unghi înscris în cerc. Triunghi înscris în cerc .....	78	171
3.2 Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	46	146	5.5 Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc; tangenta dintr-un punct exterior la un cerc; triunghi circumscris unui cerc .....	80	174
3.3 Probabilitatea realizării unor evenimente	47	146	5.6 Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri) .....	83	179
3.4 Teste grilă de autoevaluare .....	49	147	5.7 Calculul elementelor (latură, apotemă, aria, perimetru) în triunghi echilateral, pătrat, hexagon regulat .....	84	179
Testul 1 .....	49	147	5.8 Lungimea cercului și aria discului .....	85	180
<b>4. Patrulatere .....</b>	<b>50</b>	<b>148</b>	5.9 Teste grilă de autoevaluare .....	86	180
4.1 Patrulater convex .....	50	148	Testul 1 .....	86	180
4.2 Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex .....	51	148	Testul 2 .....	87	182
4.3 Paralelogram: proprietăți. 4.4 Linie mijlocie în triunghi. Proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi .....	53	150	<b>6. Asemănarea triunghiurilor .....</b>	88	183
4.4 Paralelograme particulare: dreptunghi, romb și pătrat. Proprietăți .....	59	155	6.1 Segmente proporționale .....	88	183
4.4.1 Dreptunghi .....	59	155	6.2 Teorema paralelelor echidistante.. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date. Teorema lui Thales, reciproca teoremei lui Thales .....	89	184
4.4.2 Rombul .....	61	158	6.3 Triunghiuri asemenea .....	92	186
			6.4 Criterii de asemănare a triunghiurilor ..,	93	187

6.5 Teorema fundamentală a asemănării ....	95	189
6.6 Teste grilă de autoevaluare .....	99	196
Testul 1 .....	99	196
Testul 2 .....	100	198
Testul 3 .....	101	200
<b>7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic</b>	<b>102</b>	<b>203</b>
7.1 Proiecții ortogonale pe o dreaptă .....	102	203
7.2 Teorema înălțimii .....	103	203
7.3 Teorema catetei .....	104	205
7.4 Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora .....	105	205
7.5 Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit .....	108	209
7.6 Rezolvarea triunghiului dreptunghic .....	109	210
7.7 Teste de autoevaluare .....	110	210
Testul 1 .....	110	210
Testul 2 .....	111	212
<b>8. Teste finale de autoevaluare .....</b>	<b>112</b>	<b>213</b>
Testul 1 .....	112	213
Testul 2 .....	113	214
Testul 3 .....	114	215
Testul 4 .....	115	216
Testul 5 .....	116	216
Testul 6 .....	117	217
Testul 7 .....	118	218

**Tiparul executat la**  
**EDITURA HYPERION SRL**  
**CRAIOVA**